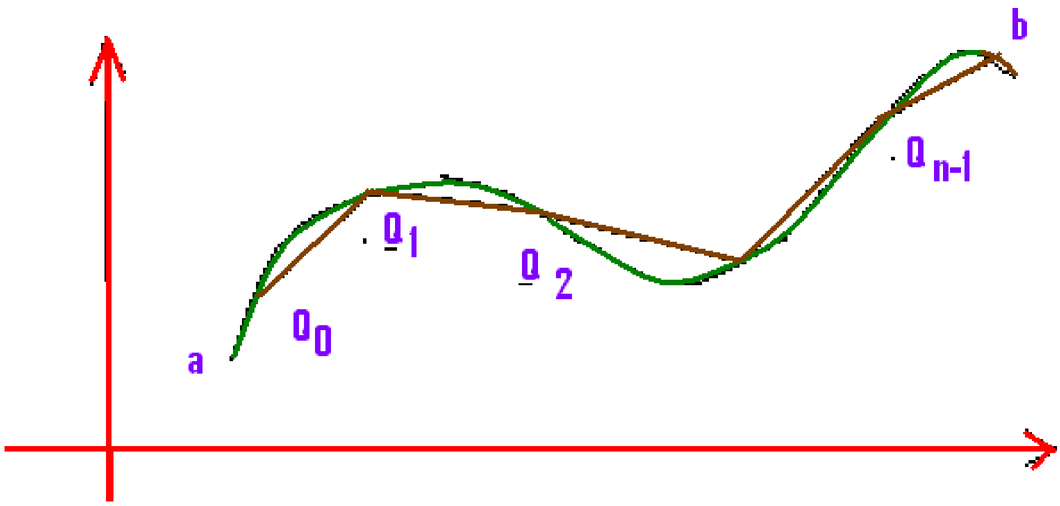
GUÍA de Procesos infinitos:
Tema:Integrales definidas (Arco de Curva en el Plano Cartesiano)
Montoya.-

Conceptos previos

¡Bienvenidos al maravilloso mundo de las aplicaciones del las integrales!

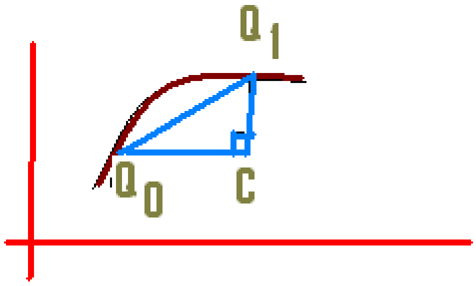
ARCO DE CURVA EN EL PLANO CARTESIANO:

Si un lugar geométrico esta dado, en la forma de una función y=f(x), con $a \leq x \leq b$, y si x es continua en el intervalo $[a,b]$, entonces el lugar geométrico de f se llama **ARCO**



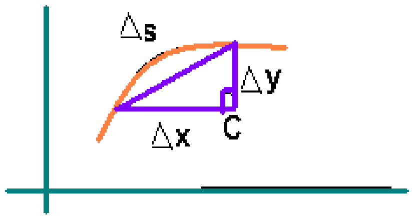
La longitud de arco AB de una curva es por definición, el limite de todas las cuerdas (segmentos) a$Q_0, Q_1Q_2, ...Q_{n-1}b$ **, que une los puntos del arco, cuando el numero de estos crece indefinidamente, de modo que la longitud de cada una de las cuerdas tiende a cero.**

Aplicando **el teorema de Pitágoras** se puede obtener la distancia entre dos puntos en el plano:



$$\overline{Q_0Q_1}^2 = \overline{Q_0C^2} + \overline{CQ_1}^2.$$

Si al incremento de una función que se cita en el concepto de la derivada:



Se sustituye en la expresion anterior queda :

$\overline{Q_0C}$ por Δx o dx

$\overline{CQ_1}$ por Δy o dy , y la diferencia de curva por ds ,entonces el teorema de Pitagoras se expresa por:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 \ldots, \text{como}\ y = f'(x)dx, queda:$$
$$ds^2 = \left[1 + (f'(x))^2\right]dx^2.$$
$$ds = \sqrt{1 + [f'(x)]}dx$$

En consecuencia: La longitud L de una curva es igual a la suma de los segmentos rectos de longitud "ds" cuando tiende a cero.

Se expresa: $\sum ds = \sum \sqrt{[1 + [f'(x)]]^2}\,dx$, en el Limite “ds” tiende a cero, luego:

L=Lim $\sum \sqrt{1 + [f'(x)]^2}\,dx$

Por lo tanto la longitud L de un arco de curva y=f(x) desde x=a hasta x=b, se obtiene con la formula:

$$\mathbf{L=}\int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2}\,dx$$

APLICACIONES:

1.-calcular la longitud de arco de la curva: y= $x^{\frac{3}{2}}$, entre x=0 y x=5

(335/27 u)

2.-Hallar la longitud de arco de una circunferencia de radio R.

3.- Hallar la longitud de un trazo en el plano cartesiano entre dos puntos P y Q.

4.- Calcule la longitud de arco de la curva $x^3 = ay^2$, entre el punto O (0,0) y el punto de abscisa x=5ª.

(335a/27)

5.- Hallar la longitud de arco de la curva y=lnx , entre x= $\sqrt{3},...y...x = \sqrt{8}$

$$\ln\left[tag\left(\frac{3\pi}{28}\right)\right]$$

6.-Hallar el arco de una **parábola** $y^2 = 12x$ comprendida en el primer cuadrante entre [0,1].

Resultado=2+3/2Ln (3)

7.-Hallar el arco de una **elipse** $9x^2+16y^2=144$ comprendida en el primer cuadrante entre [0,1].

8.-Hallar el arco de **Cúbica nodal**: $y^2 = x^2(x + 1)$ comprendida entre [1,3]

9.-Hallar el arco de **ocho de Lissajous**: $y^2 = 4x^2(1 - x^2)$ entre[0,1]

10.-Hallar el arco de la **circunferencia** $(x-0)^2+(y-1)^2=9$ entre[2,3]

11.- Halle las longitudes de los arcos de las curvas determinadas sobre los intervalos dados

11.1.- y= $x^{\frac{3}{2}}$, x en $[1,2]$

11.2- y= $^{\frac{2}{3}}$, x en $[0,1]$

11.3.- y= $\frac{e^x + e^{-x}}{2}$, x en $[0,b]$